

# Matematika 1 - parcijalni ispit

24.01.2009.

Ime i prezime, broj indeksa	Nastavna grupa	Sala

## TEORIJSKA PITANJA

Napomena: Nije dozvoljena upotreba grafitne olovke.

1.	2.	Suma

1. [25]

(i) Definirati sledeće pojmove:

1) realna funkcija jedne nezavisno promenljive

2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A, \quad (A \in \mathbb{R})$

(ii) Da li postoji funkcija  $f$  takva da je  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  i  $f(0) > 3$ ?

Ako takva funkcija postoji navesti primer a ukoliko ne postoji odgovor obrazložiti iskazivanjem odgovarajućih definicija i/ili teorema.

(iii) Izračunati  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$  bez korišćenja Lopitalovog pravila.

(iv) Za niz  $(a_n)$  gde je  $a_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}}$  izračunati  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$  i iskazati korišćenu teoremu (ili teoreme).

(v) Izračunati  $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^3 - 3x)$  i iskazati korišćenu teoremu (ili teoreme).

(vi) Dokazati jednu (po izboru) od navedenih teorema.

2. [25] Definisati sledeće pojmove:

1<sup>0</sup> Funkcija  $f$  ograničena na intervalu  $I$ .

2<sup>0</sup> Funkcija  $f$  neprekidna u tački  $x_0$ .

3<sup>0</sup> Funkcija  $f$  ravnomerno (uniformno) neprekidna na intervalu  $I$ .

4<sup>0</sup> Funkcija  $f$  diferencijabilna u tački  $x_0$ .

Neka je dat interval  $I = (0, 1)$ . U sledećim slučajevima odgovoriti da li postoji funkcija  $f$  definisana na  $I$  sa opisanim osobinama na  $I$  i, ako postoji, navesti primer.

1<sup>0</sup>  $f$  je ograničena i nije diferencijabilna;

2<sup>0</sup>  $f$  je neprekidna i nije ravnomerno neprekidna;

3<sup>0</sup>  $f$  je ravnomerno neprekidna i nije neprekidna;

4<sup>0</sup>  $f$  je neprekidna i nije ograničena;

5<sup>0</sup>  $f$  je neprekidna i nije diferencijabilna.

Dokazati teoremu: Funkcija  $f$  diferencijabilna u tački  $x_0$  neprekidna je u toj tački.