

# Matematika 2

18.01.2009.

Ime i prezime, broj indeksa	Nastavna grupa	Sala

Napomena: Nije dozvoljena upotreba grafitne olovke.

1.	2.	Suma

1. [25] Definisati sledeće pojmove:

1<sup>0</sup> Integralna (Rimanova) suma funkcije  $f$  na odsečku  $[a, b]$ ;

2<sup>0</sup> Određeni (Rimanov) integral funkcije  $f$  na odsečku  $[a, b]$ ;

3<sup>0</sup> Funkcija integrabilna na odsečku  $[a, b]$ .

4<sup>0</sup> Primitivna funkcija funkcije  $f$  na intervalu  $I$ .

Dopuniti sledeću teoremu:

Neka je funkcija  $f$  integrabilna na odsečku  $[a, b]$  i neka je za  $x \in [a, b]$

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt.$$

1<sup>0</sup> Funkcija  $F$  je \_\_\_\_\_

2<sup>0</sup> Ako je  $f$  neprekidna na  $[a, b]$ , tada je  $F$  \_\_\_\_\_

Dokazati ovu teoremu.

## 2. [25]

(i) Neka je  $V$  skup vektora i neka je  $F$  polje skalara. Algebarska struktura  $V = (V, +, \cdot)$  naziva se *vektorski prostor* nad poljem ako za binarnu operaciju sabiranja vektora  $+$  :  $V^2 \longrightarrow V$  i spoljnu operaciju množenja skalara i vektora  $\cdot$  :  $F \times V \longrightarrow V$  važi:

(ii) Vektorski prostor  $V$  nad poljem  $F$  realnih ili kompleksnih skalara ( $F = \mathbb{R}$  ili  $F = \mathbb{C}$ ) naziva se *unitarni prostor* ako za unutrašnji proizvod  $(\cdot, \cdot) : V^2 \longrightarrow F$  važi:

(iii) Neka je prava  $p$  određena tačkom  $M_0 = M_0(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R}^3$  i ne-nula vektorom  $\vec{p} = (a, b, c)$ . Označimo sa  $\vec{r}_M = (x, y, z)$  vektor položaja tačke  $M = M(x, y, z)$  prave  $p$  ( $\vec{r}_M = \overrightarrow{OM}$ ). Izvesti *vektorski oblik jednačine prave*.

Navesti još dva oblika jednačina prave:

1<sup>o</sup>

2<sup>o</sup>

(iv) Neka je ravan  $\pi$  određena tačkom  $M_0 = M_0(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R}^3$  i ne-nula vektorom normale  $\vec{n} = (a, b, c)$ . Označimo sa  $\vec{r}_M = (x, y, z)$  vektor položaja tačke  $M = M(x, y, z)$  ravni  $\pi$  ( $\vec{r}_M = \overrightarrow{OM}$ ). Izvesti *vektorski oblik jednačine ravni*.

Navesti još dva oblika jednačina ravni:

1<sup>o</sup>

2<sup>o</sup>

(v) Navesti korake algoritma za određivanje minimalnog polinoma matrice  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ :