

Matematika 2 - integralni ispit

20.06.2010.

Ime i prezime, broj indeksa	Nastavna grupa	Sala

TEORIJSKA PITANJA

Napomena: *nije dozvoljena upotreba grafitne olovke.*

1. [25] BODOVANJE

1) Definirati sledeće pojmove:

1⁰ Obična diferencijalna jednačina n -tog reda.

2⁰ Linearna diferencijalna jednačina prvog reda.

2) U sledećim slučajevima navesti smenu kojom se data diferencijalna jednačina transformiše u linearnu jednačinu 1. reda. Funkcije $p(x)$, $q(x)$ i $r(x)$ su neprekidne funkcije na datom intervalu I .

1⁰ $y' + p(x)y = q(x)y^m \quad (m \in \mathbb{R}, m \neq 0, m \neq 1).$

2⁰ $y' + p(x)y^2 + q(x)y = r(x) \quad (p(x) \neq 0, r(x) \neq 0).$

3) Data je diferencijalna jednačina $y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = \cos x$, gde su $a_1(x)$, $a_2(x)$ neprekidne funkcije. Ako su $y_1(x)$ i $y_2(x)$ dva linearno nezavisna rešenja odgovarajuće homogene jednačine, tada se opšte rešenje date diferencijalne jednačine određuje na sledeći način (*samo objasniti, bez računanja*):

4) Data je diferencijalna jednačina $y''' + a_1(x)y'' + a_2(x)y' + a_3(x)y = e^x$, gde su $a_1(x)$, $a_2(x)$, $a_3(x)$ neprekidne funkcije. Ako su $y_1(x)$, $y_2(x)$ i $y_3(x)$ tri linearno nezavisna rešenja odgovarajuće homogene jednačine, a y_p jedno partikularno rešenje date jednačine tada se njeno opšte rešenje određuje na sledeći način (*samo objasniti, bez računanja*):

5) Data je diferencijalna jednačina: $y^{(7)} + \alpha_1 y^{(6)} + \alpha_2 y^{(5)} + \dots + \alpha_6 y' + \alpha_7 y = f(x)$ gde konstante $\alpha_1, \dots, \alpha_7 \in \mathbb{R}$.

Ako su $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$, $\lambda_4 = \lambda_5 = -4i$ neki koreni karakteristične jednačine odgovarajuće homogene diferencijalne jednačine dopuniti sledeće rečenice tako da se dobiju tačna tvrđenja:

Ako je $f(x) = \sin(4x)$ tada je partikularno rešenje date diferencijalne jednačine oblika (*samo napisati oblik, bez rešavanja*) $y_p(x) = \dots$

Ako je $f(x) = x^2 - 4$ tada je partikularno rešenje date diferencijalne jednačine oblika (*samo napisati oblik, bez rešavanja*) $y_p(x) = \dots$

1.	2.	Suma

2. [25] Definisati sledeće pojmove:

a) elementarne transformacije date matrice A

b) karakteristični vektori date matrice B

Iskazati sledeće teoreme:

a) Kronecker-Capelli-jeva teorema:

b) Cayley-Hamilton-ova teorema:

v) teorema o odnosu minimalnog i karakterističnog polinoma kvadratne matrice $B_{n \times n}$:

Dokazati teoremu navedenu pod tačkom a).